Verschiedene Konzepte der Substitutionselastizität

Dr. Thomas Beißinger, Regensburg

Arbeitsmarktökonomische oder produktionstheoretische Fragestellungen machen häufig eine Betrachtung von Produktionsfunktionen mit mehr als zwei Produktionsfaktoren notwendig. In diesem Beitrag wird der Frage nachgegangen, wie sich das Konzept der Substitutionselastizität auf den Mehrfaktorenfall übertragen läßt. Es werden verschiedene Definitionen vorgestellt und die jeweils damit verbundenen Vor- oder Nachteile angesprochen. Außerdem wird gezeigt, wie sich die in der Literatur üblicherweise für die Substitutionselastizität verwendeten Formeln herleiten lassen.

Dr. Thomas Beißinger ist wissenschaftlicher Assistent an der Universität Regensburg. Bevorzugte Forschungsgebiete: Theoretische und empirische Makroökonomik, Arbeitsmarktökonomik.

1. Einführung

Das Konzept der Substitutionselastizität zwischen verschiedenen Produktionsfaktoren ist seit seiner Einführung durch *Hicks* im Jahre 1932 von großer Bedeutung für die Wirtschaftspolitik. Entsprechend der ursprünglichen Definition für eine Produktionsfunktion mit zwei Produktionsfaktoren beschreibt die Substitutionselastizität σ die **prozentuale Änderung des Faktoreinsatzverhältnisses bei einer einprozentigen Änderung der Grenzrate der technischen Substitution (GRTS)**. Da ein kostenminimaler Faktoreinsatz die Übereinstimmung von GRTS und relativem Faktorpreisverhältnis impliziert, gibt σ für kostenminimierende Firmen die **prozentuale Veränderung des Faktoreinsatzverhältnisses bei einer einprozentigen Änderung der relativen Faktorpreise** an. Aufgrund der letztgenannten Definition ist die Substitutionselastizität beispielsweise für die Verteilungstheorie von Interesse, da sich durch die Kenntnis von σ Rückschlüsse auf die Veränderung der relativen Faktorquoten und somit der Einkommensverteilung bei einer Änderung der relativen Faktorpreise ableiten lassen. In der aktuellen arbeitsmarktpolitischen Diskussion erhofft man sich (unter anderem) durch die Ermittlung der Substitutionselastizität zwischen Arbeitskräften mit unterschiedlichen Ausbildungsniveaus eine Antwort auf die Frage, ob eine flexiblere Lohnstruktur die Beschäftigungschancen gering qualifizierter Arbeitnehmer verbessern würde. In empirischen Studien zu dieser Fragestellung erweist es sich allerdings häufig als zweckmäßig, mehr als zwei Qualifikationsniveaus (z.B. gering Qualifizierte, Facharbeiter und Hochschulabsolventen) zu unterscheiden und somit von einer Produktionsfunktion mit einer größeren Zahl von Produktionsfaktoren auszugehen. Auch eine Untersuchung der Substitutionsbeziehungen zwischen Kapitaleinsatz und hoch-, bzw. gering qualifizierter Arbeit macht eine Produktionsfunktion mit zumindest drei Produktionsfaktoren erforderlich. Diese Beispiele mögen genügen, um die Notwendigkeit einer **Erweiterung des Konzepts der Substitutionselastizität auf Produktionsfunktionen mit mehr als zwei Produktionsfaktoren** zu begründen. Wird allerdings von einer Produktionsfunktion mit n Faktoren ($n \geq 2$) ausgegangen, so sind nun $n(n-1)$ **partielle Substitutionselastizitäten** zu betrachten (für den Fall symmetrischer Substitutionselastizitäten reduziert sich die Zahl auf $n(n-1)/2$). In der Literatur werden verschiedene Konzepte der partiellen Substitutionselastizität diskutiert. Im folgenden werden die bekanntesten Konzepte vorgestellt.

2. Die direkte Substitutionselastizität

Ausgangspunkt ist die Produktionsfunktion

$$y = f(x_1, \ldots, x_n), \tag{1}$$

die angibt, welche Menge des Outputs y durch den Einsatz der Produktionsfaktoren $x_1, \ldots, x_n$ hergestellt werden kann. Für diese Produktionsfunktion sei angenommen, daß die ersten partiellen Ableitungen positiv sind, d.h. $f_i \equiv \partial f / \partial x_i > 0$ für $i = 1, \ldots, n$ und die Produktionsfunktion strikt quasikonkav verläuft. Hier und im folgenden bezeichnen Indizes bei Funktionssymbolen die (ersten oder zweiten) partiellen Ableitungen. Aus dem totalen Differential der Gleichung (1) läßt sich für $dy = 0$ und für $dx_s = 0$ (wobei $s = 1, \ldots, n$ mit Ausnahme der Faktoren i und j) die Grenzrate der technischen Substitution des Faktors i durch den Faktor j ermitteln als

$$\text{GRTS} \equiv -\frac{dx_i}{dx_j} = \frac{f_j(x_1, \ldots, x_n)}{f_i(x_1, \ldots, x_n)}. \tag{2}$$

Die **direkte (oder auch *Hicks*sche) Substitutionselastizität** σ_{ij}^D der Faktoren i und j bezeichnet das Verhältnis der relativen Änderung der Faktorproportion x_j/x_i zur relativen Änderung der Grenzrate der technischen Substitution zwischen den beiden Faktoren, wenn nur die beiden Faktoren i und j variieren und **alle übrigen Faktoren und der Output konstant** bleiben. Als einfache Erweiterung des Konzepts für die Substitutionselastizität im Zweifaktorenfall ist σ_{ij}^D somit definiert als:

$$\sigma_{ij}^D \equiv \frac{d(x_i / x_j)/(x_i / x_j)}{d(f_j / f_i)/(f_j / f_i)}. \tag{3}$$

In dieser Definition der direkten Substitutionselastizität spielt nur die Produktionstechnik eine Rolle. Um die direkte Substitutionselastizität für beliebige Produktionsfunktionen berechnen zu können, wird σ_{ij}^D in der Literatur oftmals in Form der Ableitungen der Produktionsfunktion angegeben. Im folgenden wird gezeigt, wie sich die entsprechende Formel ermitteln läßt. Zur Vereinfachung der Berechnung ist es sinnvoll, das Verhältnis der Grenzprodukte zunächst durch λ zu substituieren, d.h. $\lambda(x_1,\ldots,x_n) \equiv f_j(x_1,\ldots,x_n)/f_i(x_1,\ldots,x_n)$. Aus Gleichung (2) ergibt sich dann die Beziehung

$$dx_i = -\lambda dx_j. \tag{4}$$

Die Berechnung von σ_{ij}^D kann nun in folgenden Schritten erfolgen. Für das Differential $d(x_i/x_j)$ erhält man:

$$d\left(\frac{x_i}{x_j}\right) = \frac{x_j dx_i - x_i dx_j}{x_j^2} = -\frac{x_j\lambda + x_i}{x_j^2} dx_j. \tag{5}$$

Der letzte Ausdruck in dieser Gleichung ergibt sich bei Berücksichtigung von Gleichung (4). Desweiteren ist:

$$d\left(\frac{f_j}{f_i}\right) = d\lambda = \lambda_i dx_i + \lambda_j dx_j = -(\lambda\lambda_i - \lambda_j)dx_j. \tag{6}$$

Auch hier wurde für die Ermittlung des letzten Ausdrucks wiederum auf Gleichung (4) zurückgegriffen. Für die direkte Substitutionselastizität erhält man somit:

$$\sigma_{ij}^D = \frac{\lambda}{x_i x_j}\frac{x_j\lambda + x_i}{\lambda\lambda_i - \lambda_j}. \tag{7}$$

Jetzt sind noch die partiellen Ableitungen λ_i und λ_j zu berechnen. Es ist:

$$\lambda_i = \frac{f_{ji}f_i - f_j f_{ii}}{f_i^2} \quad \text{und} \quad \lambda_j = \frac{f_{jj}f_i - f_j f_{ij}}{f_i^2}. \tag{8}$$

Setzt man diese beiden Ausdrücke in Gleichung (7) ein, so erhält man nach einigen Umformungen folgende Formel für die direkte Substitutionselastizität:

$$\sigma_{ij}^D = -\frac{f_i f_j (f_i x_i + f_j x_j)}{x_i x_j (f_{ii} f_j^2 - 2 f_{ij} f_i f_j + f_{jj} f_i^2)}. \tag{9}$$

Man sieht an dieser Gleichung (durch Vertauschen der Indizes i und j) unmittelbar, daß die direkte Substitutionselastizität **symmetrisch** ist, d.h. $\sigma_{ij}^D = \sigma_{ji}^D$. Da die Produktionsfunktion annahmegemäß quasikonkav verläuft, ist der Nenner in Gleichung (9) negativ und die direkte Substitutionselastizität somit positiv. Für eine Produktionsfunktion mit lediglich zwei Produktionsfaktoren stellt Gleichung (9) die entsprechende Formel für die einfache Substitutionselastizität s dar, wie sie in der Einführung definiert wurde (man setze lediglich i = 1 und j = 2). Ist die Produktionsfunktion **linear-homogen**, so läßt sich Gleichung (9) für den **Fall zweier Produktionsfaktoren** noch drastisch vereinfachen. Aufgrund des ***Euler*-Theorems** (siehe z.B. *Chiang*, 1984, S. 413 f.) gilt nämlich:

$$f_1 x_1 + f_2 x_2 = y. \tag{10}$$

Außerdem ist zu berücksichtigen, daß die ersten Ableitungen einer linear-homogenen Funktion **null-homogen** sind, d.h.

$$f_{11}x_1 + f_{12}x_2 = 0 \quad \text{und} \quad f_{21}x_1 + f_{22}x_2 = 0. \tag{11}$$

Löst man diese Gleichungen nach f_{11} bzw. f_{22} auf und setzt die resultierenden Ausdrücke zusammen mit Gleichung (10) in Gleichung (9) (für den Zweifaktorenfall) ein, so erhält man nach einigen Umformungen folgende Formel für die (direkte) Substitutionselastizität (hierbei ist zu berücksichtigen, daß die zweiten Ableitungen einer Funktion symmetrisch sind, d.h. daß $f_{12} = f_{21}$ gilt):

$$\sigma_{12}^D = \sigma = \frac{f_1 f_2}{f_{12} y}. \tag{12}$$

Man beachte, daß natürlich auch im n-Faktoren-Fall für kostenminimierende Unternehmen die Übereinstimmung von GRTS und Faktorpreisverhältnis gegeben ist. Anstelle von Gleichung (3) kann man daher σ_{ij}^D auch als die relative Veränderung des Faktoreinsatzverhältnisses x_i/x_j definieren, falls sich das entsprechende Faktorpreisverhältnis um ein Prozent ändert und alle übrigen Faktoreinsatzmengen und das Outputniveau konstant gehalten werden. Diese Definition macht aber zugleich das **Problem mit dem Konzept der direkten Substitutionselastizität** deutlich. Üblicherweise werden Firmen als Reaktion auf Faktorpreisänderungen **alle Faktoren** in optimaler Weise anpassen, um erneut ein Kostenminimum zu erreichen. Da diese Anpassung der übrigen Faktoren bei der Betrachtung der direkten Substitutionselastizität ausgeklammert wird, gibt σ_{ij}^D beispielsweise keine Auskunft mehr über die (tatsächliche) Veränderung der relativen Faktorquoten bei einer Änderung der relativen Faktorpreise. Die Betrachtung von σ_{ij}^D kann jedoch sinnvoll sein, falls die übrigen Faktoren auf kurze oder mittlere Sicht als unveränderbar angenommen werden können (z.B. weil es sich um Kapitalstockgrößen handelt). Die hier angesprochene Kritik an der direkten Substitutionselastizität hat jedoch zur Entwicklung alternativer Definitionen für die partielle Substitutionselastizität geführt. Das bekannteste Konzept wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

3. Die *Allen-Uzawa* Substitutionselastizität

Die optimale Anpassung der Faktoreinsatzmengen bei einer Änderung eines Faktorpreises und konstantem Produktionsniveau läßt sich mit Hilfe der bedingten **Faktor-**

nachfragefunktionen $x_i^* = x_i^*(\mathbf{w}, y)$ ermitteln, wobei $\mathbf{w} = (w_1, \ldots, w_n)$ den Vektor der Faktorpreise für die n Produktionsfaktoren und y das (konstante) Outputniveau bezeichnet. Die bedingten Faktornachfragefunktionen resultieren aus der Minimierung der Kosten einer Firma bei gegebenem Produktionsniveau (vgl. *Varian*, 1992, Kap. 4).

Steigt der Preis w_j für den j-ten Faktor, so wird die im Produktionsprozeß eingesetzte Menge dieses Faktors reduziert, d.h. $\partial x_j^* / \partial w_j < 0$. Gleichzeitig werden auch die Mengen der anderen Produktionsfaktoren angepaßt. Nimmt bei einem Anstieg von w_j die eingesetzte Menge des Faktors i zu, d.h. $\partial x_i^* / \partial w_j > 0$ (mit $i \neq j$), so ist der Produktionsfaktor i ein ***(Hicks-Allen)* Substitut** für den Faktor j. Gibt es mindestens 3 Faktoren, so ist für einige (aber nicht alle!) der i Faktoren möglich, daß $\partial x_i^* / \partial w_j < 0$ (mit $i \neq j$). Im diesem Fall wird Faktor i als ***(Hicks-Allen)* Komplement** für den Faktor j bezeichnet.

Diese Definitionen sind vollkommen symmetrisch, da weiter unten die Gültigkeit der **reziproken Beziehung**

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial w_j} = \frac{\partial x_j^*}{\partial w_i} \tag{13}$$

nachgewiesen wird. Ist daher Faktor i ein Substitut (Komplement) für den Faktor j, so ist Faktor j auch ein Substitut (Komplement) für den Faktor i.

Die Reaktion der Nachfrage für Faktor i bei einer Änderung des Faktorpreises w_j läßt sich auch als dimensionslose Größe in Form der **Elastizität der Faktornachfrage** ε_{ij} beschreiben, mit

$$\varepsilon_{ij} \equiv \frac{\partial x_i^*}{\partial w_j} \frac{w_j}{x_i^*} \qquad \text{für} \quad i, j = 1, \ldots, n. \tag{14}$$

Es ist unmittelbar einsichtig, daß es sich bei ε_{ij} um keine symmetrische Größe handelt, d.h. $\varepsilon_{ij} \neq \varepsilon_{ji}$ für $i \neq j$. Zwar gilt die in Gleichung (13) beschriebene reziproke Beziehung, doch unterscheiden sich ε_{ij} und ε_{ji} aufgrund des zweiten Quotienten auf der rechten Seite der Definition in Gleichung (14).

Um einen symmetrischen Ausdruck zu erhalten, definiert man zunächst den **Anteil** s_j **des Faktors** j **an den Gesamtkosten** (im jeweiligen Kostenminimum) als

$$s_j \equiv \frac{w_j x_j^*}{\sum_{k=1}^{n} w_k x_k^*}. \tag{15}$$

Die ***Allen-Uzawa* (partielle) Substitutionselastizität** σ_{ij}^A zwischen den Faktoren i und j ist dann definiert als:

$$\sigma_{ij}^A \equiv \frac{\varepsilon_{ij}}{s_j} = \frac{\partial x_i^*}{\partial w_j} \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k x_k^*}{x_i^* x_j^*}. \tag{16}$$

Aufgrund des letzten Ausdrucks in Gleichung (16) ist es sofort ersichtlich, daß es sich bei der *Allen-Uzawa* Substitutionselastizität um eine symmetrische Größe handelt, d.h. $\sigma_{ij}^A = \sigma_{ji}^A$. Vertauscht man in Formel (16) die Indizes i und j, so bleibt der zweite Quotient hiervon unberührt und auch der erste Quotient behält wegen der reziproken Beziehung aus Gleichung (13) seinen Wert bei. Aus Gleichung (16) wird deutlich, daß es sich bei σ_{ij}^A um nichts anderes als die Kreuzpreiselastizität der Faktornachfrage ε_{ij} dividiert durch den Kostenanteil des Faktors j handelt (für $i \neq j$). Somit ist $\sigma_{ij}^A > 0$, falls es sich bei den Faktoren i und j um Substitute handelt, während im Fall einer komplementären Beziehung $\sigma_{ij}^A < 0$ vorliegt. In der Literatur wird σ_{ij}^A in Abgrenzung zur direkten Substitutionselastizität oftmals auch als diejenige Elastizität charakterisiert, die die Substitutionsbeziehung der Faktoren i und j bei **Konstanz des Outputs und aller anderen Faktorpreise** beschreibt.

Wie die direkte Substitutionselastizität läßt sich auch σ_{ij}^A durch die ersten und zweiten Ableitungen der Produktionsfunktion angeben und in dieser Form wurde σ_{ij}^A erstmals durch *Allen* im Jahre 1938 eingeführt (siehe *Allen*, 1938, S. 504). Die resultierende Formel ist allerdings vergleichsweise kompliziert und soll deshalb an dieser Stelle nicht wiedergegeben werden (zum Zusammenhang von *Allens* Formel und der hier verwendeten Definition in Gleichung (16) siehe *Takayama*, 1985, S. 145).

Im Jahre 1962 gelang *Hirofumi Uzawa* der Nachweis, daß *Allens* Formel für die Substitutionselastizität sehr viel einfacher mit Hilfe der **Kostenfunktion** $C(\mathbf{w}, y)$ angegeben werden kann. *Uzawas* Formel läßt sich bei Rückgriff auf *Shephards* Lemma auf einfache Weise aus Gleichung (16) gewinnen. ***Shephards* Lemma** besagt, daß die Ableitung der Kostenfunktion nach einem Faktorpreis w_i gerade dem kostenminimierenden Faktoreinsatz x_i^* entspricht (siehe beispielsweise *Varian*, 1992, S. 74), d.h.

$$C_i \equiv \frac{\partial C(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i} = x_i^*(\mathbf{w}, y). \tag{17}$$

Somit ist auch

$$C_{ij} \equiv \frac{\partial^2 C(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i \partial w_j} = \frac{\partial x_i^*(\mathbf{w}, y)}{\partial w_j}. \tag{18}$$

Da die zweiten Ableitungen einer Funktion symmetrisch sind, d.h. in dem hier vorliegenden Falle $C_{ij} = C_{ji}$ gilt, ist mit Gleichung (18) die Gültigkeit der reziproken Beziehung aus Gleichung (13) bewiesen. Setzt man die Gleichungen (17) und (18) in Gleichung (16) ein, so erhält man die in der Literatur für die *Allen-Uzawa* Substitutionselastizität üblicherweise angegebene Formel:

$$\sigma_{ij}^A = \frac{C(\mathbf{w}, y) C_{ij}(\mathbf{w}, y)}{C_i(\mathbf{w}, y) C_j(\mathbf{w}, y)}. \tag{19}$$

Es läßt sich zeigen, daß die *Allen-Uzawa* Substitutionselastizität **im Zweifaktorenfall** (wie die direkte Substitutionselastizität) mit der Substitutionselastizität σ übereinstimmt. In diesem Sinne stellt σ_{ij}^A eine Erweiterung des von *Hicks* für den Zweifaktorenfall definierten Konzepts dar. Während jedoch *Hicks* mit der Einführung von σ Aussagen über die Änderung der relativen Faktorquoten bei einer Änderung der relativen Faktorpreise treffen wollte, sind solche Aussagen auf der Basis von σ_{ij}^A (wie bereits zuvor bei σ_{ij}^D) nicht mehr möglich. Dies wird unmittelbar aus der Definition von σ_{ij}^A deutlich. In Gleichung (16) wird lediglich die Änderung eines Faktors (nicht jedoch die Änderung des relativen Faktoreinsatzes) bei Änderung eines Faktorpreises betrachtet. *Blackorby* und *Russell* (1989) demonstrieren außerdem an Beispielen, daß die Größe von σ_{ij}^A **keine Aussage über die Leichtigkeit der Substitution** von Faktoren erlaubt, da σ_{ij}^A von dem jeweiligen Preisvektor **w** abhängt. Ungeachtet dieser gravierenden Einwände ist σ_{ij}^A eine nach wie vor in empirischen Arbeiten häufig angegebene Statistik, die hauptsächlich zur Einteilung der Faktoren in Substitute und Komplemente auf der Grundlage des Vorzeichens von σ_{ij}^A verwendet wird (siehe beispielsweise *Hamermesh*, 1993). Für diesen Zweck könnte man allerdings genauso gut die in Gleichung (14) definierte Kreuzpreiselastizität der Faktornachfrage ε_{ij} heranziehen.

4. Die *Morishima* Substitutionselastizität

Der Vorteil von σ_{ij}^A gegenüber σ_{ij}^D liegt darin, daß eine optimale Anpassung aller Faktoren als Reaktion auf eine Faktorpreisänderung zugelassen wird. Allerdings weist das Konzept der *Allen-Uzawa* Elastizität, wie oben ausgeführt, den Nachteil auf, daß keine Aussage mehr über die Veränderung von Faktorrelationen getroffen wird. Soll auf diese Information nicht verzichtet werden, so liegt folgende Definition der Substitutionselastizität nahe:

$$\sigma_{ij}^M \equiv \frac{d(x_i^* / x_j^*)/(x_i^* / x_j^*)}{d(w_j / w_i)/(w_j / w_i)} = \frac{d(C_i / C_j)}{d(w_j / w_i)} \frac{w_j / w_i}{C_i / C_j} \tag{20}$$

Da dieses Konzept auf den Japaner *Morishima* zurückgeht, schlagen *Blackorby* und *Russel* (1989) für σ_{ij}^M die Bezeichnung ***Morishima* Substitutionselastizität** vor. Die Definition in Gleichung (20) ähnelt der Definition für die direkte Substitutionselastizität, im Unterschied zu σ_{ij}^D wird aber nun die optimale Anpassung aller Faktoren bei Faktorpreisänderungen zugelassen. Die zweite Definition in Gleichung (20) ergibt sich bei Berücksichtigung von *Shephards* Lemma (siehe Gleichung (17)).

Mit der Definition von σ_{ij}^M ist allerdings ein **konzeptionelles Problem** verbunden. Um dieses deutlich zu machen, sei angenommen, daß die Änderung des Preisverhältnisses w_j/w_i ausschließlich durch eine Änderung von w_i hervorgerufen werde. In diesem Fall werden alle bedingten Faktornachfragemengen in einer bestimmten Weise angepaßt. Nun ist es aber denkbar, daß diesselbe Änderung des Faktorpreisverhältnisses durch eine alleinige Änderung von w_j verursacht wird. In diesem Fall werden die Faktoreinsatzmengen üblicherweise in anderer Art und Weise angepaßt als bei einer Änderung von w_i. Bei der Frage, wie sich die Faktorproportionen bei einer Variation des entsprechenden Faktorpreisverhältnisses ändern, kommt es also darauf an, welcher Faktorpreis variiert wurde. Im folgenden sei angenommen, daß sich nur der Faktorpreis w_i ändert. In diesem Fall ergibt sich für das Differential $d(C_i/C_j)$ der Ausdruck:

$$d\left(\frac{C_i}{C_j}\right) = \frac{C_{ii}C_j - C_{ji}C_i}{C_j^2} dw_i. \tag{21}$$

Außerdem ist

$$d\left(\frac{w_j}{w_i}\right) = -\frac{w_j}{w_i^2} dw_i. \tag{22}$$

Setzt man die Gleichungen (21) und (22) in Gleichung (20) ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^M &= \frac{C_{ji}w_i}{C_j} - \frac{C_{ii}w_i}{C_i} = \frac{\partial x_j^*}{\partial w_i}\frac{w_i}{x_j^*} - \frac{\partial x_i^*}{\partial w_i}\frac{w_i}{x_i^*} \\ &= \varepsilon_{ji}(\mathbf{w}, y) - \varepsilon_{ii}(\mathbf{w}, y). \end{aligned} \tag{23}$$

Diese Formel für σ_{ij}^M teilt die Wirkung einer Änderung des relativen Preisverhältnisses (bei einer Änderung von w_i) auf das entsprechende Faktoreinsatzverhältnis in **zwei Effekte** auf. Die Elastizität ε_{ji} beschreibt den Effekt der Änderung von w_i auf x_j^*, während ε_{ii} den Effekt der Faktorpreisänderung auf x_i^* wiedergibt.

Die Substitutionselastizität σ_{ij}^M ist nun nicht mehr symmetrisch. Ändert man anstelle von w_i den Faktorpreis w_j, so wird die entsprechende Substitutionselastizität durch

$$\sigma_{ji}^M = \varepsilon_{ij}(\mathbf{w}, y) - \varepsilon_{jj}(\mathbf{w}, y) \tag{24}$$

angegeben. Dies ist jedoch ein anderer Ausdruck als für σ_{ij}^M. Die **Asymmetrie der *Morishima* Substitutionselastizität** ist aufgrund obiger Erläuterungen allerdings nicht überraschend, da sie durch die unterschiedlichen Anpassungsmöglichkeiten des Faktoreinsatzes bei Änderung der verschiedenen Faktorpreise im Mehrfaktorenfall bedingt ist. *Blackorby* und *Russell* (1989) bezeichnen die *Morishima* Substitutionselastizität als diejenige partielle Substitutionselastizität, die am ehesten der Intention von *Hicks* bei der Definition von σ für den Zweifaktorenfall entspricht. Da σ_{ij}^M auch im Mehrfaktorenfall Rückschlüsse auf die Veränderung der Faktorquoten bei Variation der Faktorpreise erlaubt, wird dieses vergleichsweise neue Konzept für die Substitutionselastizität in empirischen Studien sicherlich noch verstärkt Eingang finden.

Literatur

Allen, R.G.D., Mathematical Analysis for Economists, London 1938.

Blackorby, C., R.R. Russel, Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up? (A Comparison of the Allen/Uzawa and Morishima Elasticities), in: American Economic Review, Vol. 79 (1989), S. 882–888.

Chiang, A.C., Fundamental Methods of Mathematical Economics, Third Edition, New York u.a. 1984.

Hamermesh, D.S., Labor Demand, Princeton, New Jersey 1993.

Hicks, J.R., Theory of Wages, London 1932.

Takayama, A., Mathematical Economics, Second Edition, Cambridge 1985.

Uzawa, H., Production Functions with Constant Elasticities of Substitution, in: Review of Economic Studies, Vol. 29 (1962), S. 291–99.

Varian, H.R., Microeconomic Analysis, Third Edition, New York, London 1992.